

Matemática Discreta - Hoja de Ejercicios #08

Prof. José H. Nieto

Ejercicios

1. Halle una expresión para x_n sabiendo que $x_0 = 5$ y $x_n = 3x_{n-1}$ para todo $n > 0$.
2. Sabiendo que $x_1 = 1$ y $x_{2n} = 3x_n$ para todo $n > 0$, halle una expresión para x_n cuando $n = 2^k$.
3. Sabiendo que $a_0 = 5$ y

$$a_n = \frac{a_{n-1}}{n} + \frac{1}{n!}$$

para todo $n > 0$, halle una expresión para a_n .

4. Halle la solución general de $x_{n+1} = 2x_n + n$ y una solución particular con $x_0 = 4$.
5. Halle la solución general de $(\Delta - 2I)x_n = -2n^2$ y una solución particular con $x_0 = 1$.
6. Halle la función generatriz de la sucesión definida por $a_0 = 1$, $a_1 = 2$, $a_{n+2} = 4a_{n+1} - 4a_n$. Halle una expresión para a_n .
7. Expresar la recurrencia $x_{n+2} = 5x_{n+1} - 6x_n + n^2$ en la forma

$$(\Delta^2 + a\Delta + bI)x_n = n^2$$

y use eso para hallar una solución particular. Luego halle la solución general.

8. ¿En cuántas regiones queda dividido el plano por n rectas en posición genérica? ¿cuántas de ellas son acotadas?

9. Sea x_n el número de maneras en que un rectángulo de $2 \times n$ se puede dividir en n rectángulos de 2×1 . Halle una recurrencia satisfecha por x_n . ¿Cuál es el valor de x_{20} ?

10. Dada la recurrencia

$$x_n = 4x_{n-1} - 4x_{n-2} + 2n - 5$$

- Halle una solución particular de la forma $an + b$.
- Halle la solución general.
- Halle la solución particular tal que $x_0 = -2$, $x_1 = 5$.

11. Dada la recurrencia

$$x_n = 4x_{n-1} + 8x_{n-2} - 12x_{n-3}$$

- Halle la solución general.
- Halle la solución particular tal que $x_0 = 0$, $x_1 = -8$ y $x_2 = 18$.

12. Dada la recurrencia:

$$x_n = 7x_{n-1} - 10x_{n-2} + 12n^2 - 70n + 53$$

- Halle una solución particular de tipo polinómico.
- Halle la solución general.

13. Halle la función generatriz de la sucesión a_n definida por $a_0 = 5$ y $a_{n+1} = \sum_{k=0}^n a_k a_{n-k}$ para $n \geq 0$.

14. La *función generatriz exponencial* de una sucesión $a = \{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ se define como

$$E_a(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n!} x^n.$$

Si Ta es la sucesión trasladada $(Ta)_n = a_{n+1}$, pruebe que $E_{Ta} = (E_a)'$.

Problemas

- Dados $2n$ puntos en una circunferencia, ¿de cuántas maneras pueden unirse de a pares mediante n segmentos que no se intersecten?