

Matemática Discreta - Hoja de Ejercicios #06

Prof. José H. Nieto

Ejercicios

1. Escriba el código de Gray reflejado de cuatro bits (completo).
2. ¿Qué sigue a 11010 en el código de Gray reflejado de cinco bits?
3. ¿Cuántas funciones estrictamente crecientes hay de $\{1, 2, \dots, k\}$ en $\{1, 2, \dots, n\}$?

Nota: f es estrictamente creciente si $x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$.

4. Calcule las sumas siguientes :

a) $\binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \dots$

b) $\binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \binom{n}{5} + \dots$

c) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + 97 \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100$.

d) $\binom{n}{1} + 2\binom{n}{2} + 3\binom{n}{3} + \dots + n\binom{n}{n}$.

e) $\binom{n}{1} - 2\binom{n}{2} + 3\binom{n}{3} - \dots$

f) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k+1} \binom{n}{k}$

5. Escriba el desarrollo de $(x - 3)^5$.
6. ¿Cuál es el coeficiente de x^{17} en el desarrollo de $(x + 2)^{20}$?
7. ¿Cuál es el coeficiente de x^8 en el desarrollo de $(x + 2)^{10}(x - 2)^{10}$?

8. ¿De cuántas maneras puedo distribuir 12 regalos diferentes a mis tres hijas, de manera que la mayor reciba 3 regalos, la del medio 4 y la menor 5?
9. ¿Cuál es el coeficiente de x^4yw^6 en el desarrollo de $(x + y + z + w)^{11}$?
10. ¿Cuál es el coeficiente de $x^5y^4z^9$ en el desarrollo de $(x + y^2 - z^3)^{10}$?
11. ¿Cuántas funciones sobreyectivas hay de un conjunto de 6 elementos en uno de 4 elementos?
12. ¿Cuántas funciones de un conjunto de 5 elementos en sí mismo no son sobreyectivas?

Problemas

1. ¿De cuántas maneras se pueden distribuir n bolas indistinguibles en k cajas numeradas?
2. ¿Cuántas funciones crecientes hay de $\{1, 2, \dots, k\}$ en $\{1, 2, \dots, n\}$?
Nota: f es creciente si $x < y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$.
3. ¿De cuántas maneras se puede escribir un entero positivo n como suma ordenada de k enteros positivos? ¿y como suma ordenada de cualquier número de enteros positivos?

Ejemplos: 4 se puede escribir de 3 maneras como suma ordenada de 3 enteros positivos, a saber $1 + 1 + 2$, $1 + 2 + 1$, $2 + 1 + 1$, y de 8 maneras como suma ordenada de cualquier número de enteros positivos, a saber 4 , $1 + 3$, $3 + 1$, $2 + 2$, $1 + 1 + 2$, $1 + 2 + 1$, $2 + 1 + 1$ y $1 + 1 + 1 + 1$.

4. Calcule las sumas siguientes :

a) $\binom{n}{0} - \binom{n}{2} + \binom{n}{4} - \dots$

b) $\binom{n}{1} - \binom{n}{3} + \binom{n}{5} - \dots$

c) $\sum_{k=1}^n (-1)^k k^2 \binom{n}{k}$.

d) $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2$.