

República Bolivariana de Venezuela
Universidad del Zulia - Facultad de Ciencias
Departamento de Matemática
División de Programas Especiales

Matemática Discreta - Hoja de Ejercicios #03

Prof. José H. Nieto

Ejercicios

1. Pruebe que dados tres números enteros, siempre hay dos de ellos cuyo promedio es entero.
2. Pruebe que dados cinco puntos en el plano cartesiano con ambas coordenadas enteras, siempre hay dos de ellos cuyo punto medio tiene ambas coordenadas enteras.
3. Pruebe que en cualquier reunión de $n > 1$ personas hay dos de ellas que tienen exactamente el mismo número de conocidos en la reunión (se supone que la relación *conocer* es simétrica e irreflexiva).
4. Dados cinco puntos cualesquiera dentro de un triángulo equilátero de lado 2cm, pruebe que hay dos de ellos que distan entre sí a lo sumo 1cm.
5. ¿Cuántos términos tiene la progresión aritmética 1, 4, 7, ..., 97, 100? Pruebe que si se escogen 19 términos diferentes de esa progresión necesariamente debe haber dos de ellos cuya suma es 104.
6. Dado un tablero cuadrado de 8×8 :
 - (a) ¿De cuántas maneras se puede escoger un par ordenado de casillas diferentes?
 - (b) ¿De cuántas maneras se puede escoger un par ordenado de casillas diferentes y que estén en la misma fila o en la misma columna?
 - (c) ¿De cuántas maneras se puede escoger un par ordenado de casillas diferentes que no estén ni en la misma fila ni en la misma columna?
 - (d) Responda las preguntas anteriores sustituyendo “par ordenado” por “par no ordenado”.

7. En un acto deben hablar Luis, María, Pedro, Pablo y Luisa. ¿De cuántas maneras se puede confeccionar la lista de oradores con la condición de que Luis hable antes que Pedro? ¿Y si la condición es que María hable inmediatamente después que Luis? ¿Y si deben alternarse oradores de distinto sexo?
8. Una placa para automóvil contiene una sucesión de tres letras seguidas de tres dígitos, y las letras que se utilizan son A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y y Z. ¿Cuántas placas diferentes son posibles con este sistema?
9. ¿Cuántos números naturales entre 100 y 999 tienen las tres cifras diferentes?
10. ¿Cuántos números naturales entre 100 y 999 tienen la primera cifra impar, la segunda diferente de la primera y la tercera par?
11. ¿Cuántos números naturales entre 100 y 999 tienen dos cifras iguales y la otra diferente?
12. ¿De cuántas maneras se pueden seleccionar tres casillas diferentes, sin tomar en cuenta el orden, en un tablero cuadrado de 8×8 , de tal manera que no haya dos de ellas en la misma fila ni en la misma columna?

Problemas

1. Pruebe que dados nueve puntos cualesquiera dentro de un cuadrado de lado 4cm, hay tres de ellos que determinan un triángulo de área menor o igual que 2cm^2 .
2. Si cada una de las 21 casillas de un tablero de 3×7 se pinta de blanco o de negro, pruebe que existe un rectángulo de casillas cuyas cuatro esquinas son del mismo color.
3. Pruebe que dados $n + 1$ enteros cualesquiera entre 1 y $2n$ hay uno de ellos que es múltiplo de otro.