

Matemática Discreta - Hoja de Ejercicios #01

Prof. José H. Nieto

- Para cada uno de los siguientes pares de conjuntos determine si son iguales o diferentes:
(a) $\{a, b, c, d, c\}$ y $\{b, c, a, b, d\}$, (b) $\{a, \{b, c\}\}$ y $\{\{a, b\}, c\}$,
(c) $\{3, \{5, 1\}, \{7, 2, 6\}\}$ y $\{\{2, 6, 7\}, 3, \{1, 5\}\}$, (d) \emptyset y $\{\{\}\}$.
- Defina por extensión cada uno de los siguientes conjuntos:
(a) $\{x \in \mathbb{N} : 5 < x \leq 10\}$,
(b) $\{x \in \mathbb{N} : 1 \leq x < 15, x^2 > 90\}$,
(c) $\{x \in \mathbb{N} : 50 \leq x \leq 70, x \text{ es primo}\}$.
(d) $\{x \in \mathbb{N} : 2x^2 - 7x + 3 = 0\}$.
- Defina por comprensión cada uno de los siguientes conjuntos:
(a) $\{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$,
(b) $\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$,
(c) $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$,
(d) $\{8, 27, 64, 125, 216\}$.
- Sean $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ y $B = \{5, 6, 7, 8\}$. Calcule
(a) $A \cup B$, (b) $A \cap B$, (c) $A \setminus B$, (d) $B \setminus A$, (e) $A \triangle B$.
- Sean $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ y $B = \{5, 6, 7, 8\}$. Tomando como conjunto universal $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ verifique el cumplimiento de las leyes de De Morgan.
- Muestre que
(a) $A \subset B$ si y sólo si $A \cup B = B$.
(b) $A \subset B$ si y sólo si $A \cap B = A$.

7. Muestre que $A \cup (B \cap A) = A \cap (B \cup A) = A$.
8. Muestre que $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.
9. Muestre que $(A \triangle B) \triangle C = A \triangle (B \triangle C)$.
10. Muestre que $(A \triangle B) \cap C = (A \cap C) \triangle (B \cap C)$.
11. Halle el conjunto potencia de los siguientes conjuntos:
 (a) $\{a, b, c\}$, (b) $\{a, \{b, c\}\}$, (c) \emptyset .
12. Sean $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y $B = \{a, b, c\}$. Describa por extensión los productos cartesianos $A \times B$ y $B \times A$.
13. Muestre que
 - (a) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$,
 - (b) $(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$,
 - (c) $(A \setminus B) \times C = (A \times C) \setminus (B \times C)$.
14. Sean $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{u, v, w, x, y\}$, $C = \{a, c\}$, $D = \{v, y\}$, $R = \{(a, u), (b, u), (b, w), (d, x), (c, u)\}$. Halle $R(A)$, $R(C)$, $R^{-1}(B)$ y $R^{-1}(D)$.
15. Sean $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{v, w, x, y\}$, $C = \{1, 2, 3\}$, $R = \{(b, w), (b, y), (c, x), (c, y), (d, v)\}$ y $S = \{(v, 2), (w, 2), (w, 3), (y, 1)\}$. Halle R^{-1} , S^{-1} , $S \circ R$, $R^{-1} \circ S^{-1}$ y $(S \circ R)^{-1}$.
16. En el conjunto de los seres humanos sea R la relación “es hermano o hermana de” y sea H la relación “es hijo o hija de”. Expresese cada una de las siguientes relaciones a partir de R y H , utilizando composición e inversas.
 - (a) “es nieto o nieta de”,
 - (b) “es abuelo o abuela de”,
 - (c) “es sobrino o sobrina de”,
 - (d) “es tío o tía de”,
 - (e) “es primo o prima de”,