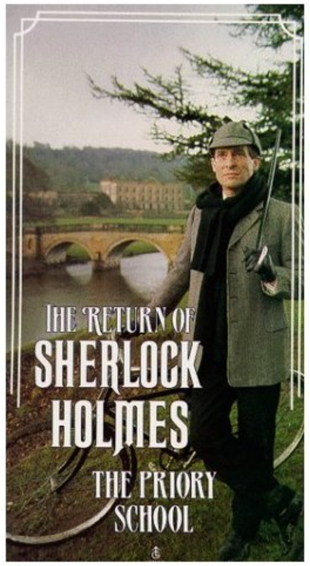
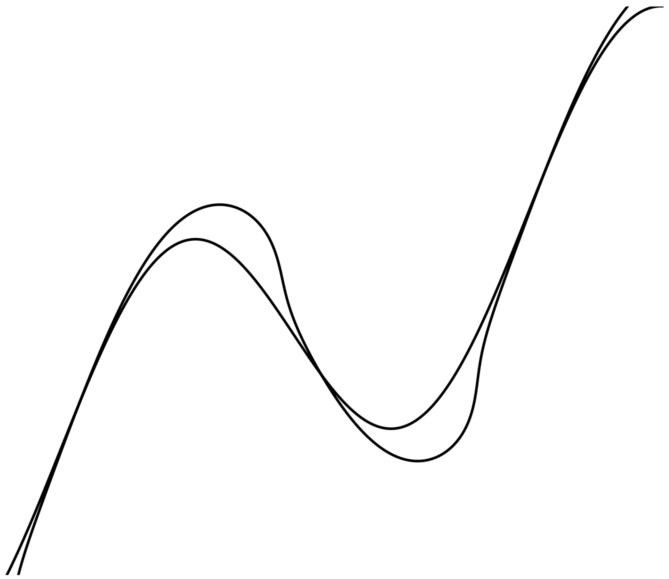
Trayectorias de una bicicleta



En *La aventura del Colegio Priory*, de Arthur Conan Doyle, Sherlock Holmes y su fiel amigo Watson encuentran las huellas dejadas por una bicicleta sobre la tierra húmeda. Entre ellos se suscita el siguiente diálogo:

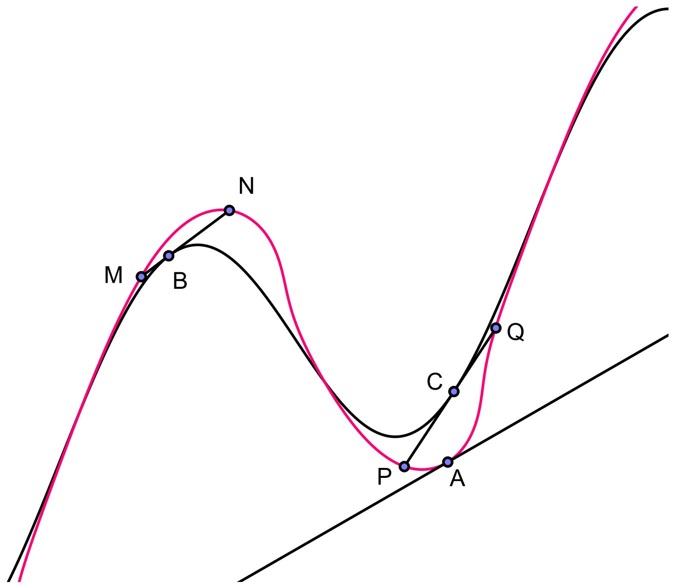
> —Esta huella, como puede usted ver, la ha dejado un ciclista que venía desde la zona del colegio.
> —O que iba hacia allí.
> —No, no, querido Watson. La impresión más profunda es, naturalmente, la de la rueda de atrás, que es donde se apoya el peso del cuerpo. Fíjese en que en varios puntos ha pasado por encima de la huella de la rueda delantera, que es menos profunda, borrándola. No cabe duda de que venía del colegio.

Como se ve, Sherlock Holmes utiliza su capacidad deductiva para inferir la dirección del movimiento de la bicicleta, a partir de algunos elementos físicos. Pero supongamos que el único dato fuesen las trayectorias de ambas ruedas, sin ninguna información adicional como la profundidad de las huellas, o si una de ellas pasa por encima de la otra. Por ejemplo en la figura siguiente se muestran las huellas dejadas por una bicicleta en una región de dimensiones aproximadas 10m×10m. ¿Será posible, mediante consideraciones puramente geométricas, determinar la dirección del movimiento?



Para responder la pregunta anterior recordemos que en una bicicleta sólo la rueda delantera puede cambiar de dirección, mediante la acción del manubrio. La rueda trasera, por construcción, se mueve siempre en dirección a la rueda delantera, a menos que patine o resbale sobre el piso (lo que se llama *derrapar*). Supongamos ahora que una bicicleta se mueve sobre el plano sin derrapar, y que $Q(t)$ y $P(t)$ son los puntos de contacto de las ruedas trasera y delantera con el plano en el instante t. Al variar t, los puntos $Q(t)$ y $P(t)$ describen dos curvas, que son las huellas de la rueda trasera y de la rueda delantera, respectivamente. Ahora bien, la dirección instantánea del movimiento de $Q(t)$ viene dada por la recta tangente a la huella, y como esa dirección va hacia la rueda delantera, se concluye que la recta tangente a la trayectoria de la rueda trasera en el punto $Q(t)$ debe pasar por el punto $P(t)$.

En la figura siguiente se muestran las mismas huellas, pero para mayor claridad hemos coloreado una de ellas de rojo. El razonamiento del párrafo anterior muestra que un punto como el A no puede pertenecer a la huella de la rueda trasera, pues la tangente a la trayectoria en ese punto no corta a la otra curva (o si la corta lo hace en un punto demasiado alejado para el tamaño de una bicicleta). Esto significa que la curva roja sólo puede ser la trayectoria de la rueda delantera, y por lo tanto la curva negra es la trayectoria de la rueda trasera.



Para finalizar, tracemos las tangentes en un par de puntos B y C de la curva negra (trayectoria de la rueda trasera). Cortando estas tangentes con la trayectoria de la rueda delantera, observamos que $BN = CQ$, mientras que $BM \neq CP$. Esto demuestra que el sentido del movimiento de la bicicleta fue de izquierda a derecha.

José Heber Nieto
Departamento de Matemáticas
Universidad del Zulia